§ 19. Отношения

1 В русском языке много синонимов. Например, слова

урок и занятие,
думать и мыслить,
учитель и педагог

близки по значению.

2 Примеров, когда одно и то же понятие имеет разные названия, немало и в математике.

Вторая степень числа и квадрат числа,
один процент величины и одна сотая величины,
луч и полупрямая –

уже знакомые тебе математические синонимы.

Вот ещё один пример такого рода.

3 **Частное двух чисел a и b, отличных от нуля, называют отношением чисел a и b, или отношением числа a к числу b.**

Например:
16 : 4 – отношение числа 16 к числу 4;
3 : 7 – отношение числа 3 к числу 7;
$\frac{2}{3} : \frac{1}{7}$ – отношение числа $\frac{2}{3}$ к числу $\frac{1}{7}$;
0,2 : 0,11 – отношение числа 0,2 к числу 0,11.

4 В отношении числа a к числу b числа a и b называют **членами отношения**, число a – **предыдущим членом** отношения, а число b – **последующим**.

5 Отношение двух натуральных чисел a и b можно записать в виде дроби $\frac{a}{b}$. Так же договорились использовать черту дроби и в тех случаях, когда

a и b – дробные числа. Например, отношение 0,3 : 1,2 записывают и так: $\frac{0,3}{1,2}$.

6 Таким образом, отношение чисел a и b можно записать двумя способами: $\frac{a}{b}$ или $a : b$.

Чаще всего выбор способа записи определяется её компактностью.
7 Например, запись отношения числа $\frac{5}{6}$ к числу $\frac{7}{2}$ в виде $\dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{2}}$ не удобна.

8 Если a и b – натуральные числа, то, записав их в виде отношения $\frac{a}{b}$, на основании основного свойства дроби можно сделать следующий вывод.

9 **Отношение не изменится, если его члены умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю.**

10 Это свойство называют **основным свойством отношения**. Оно остаётся справедливым и в тех случаях, когда члены отношения – дробные числа.

Например:

$$\frac{1,2}{2,5} = \frac{1,2 \cdot 10}{2,5 \cdot 10} = \frac{12}{25};$$

$$\frac{2}{3} : \frac{7}{9} = \left(\frac{2}{3} \cdot 9\right) : \left(\frac{7}{9} \cdot 9\right) = 6 : 7;$$

$$1\frac{1}{2} : 0,25 = \left(1\frac{1}{2} \cdot 4\right) : (0,25 \cdot 4) = 6 : 1.$$

11 Эти примеры иллюстрируют следующее: *отношение дробных чисел можно заменить отношением натуральных чисел.*

<u>Пример 1.</u> Найдите отношение 3,2 м к 16 см.

Решение. Чтобы найти отношение данных величин, необходимо сначала выразить их в одинаковых единицах измерения, а затем выполнить деление. Имеем: 3,2 м : 16 см = 320 см : 16 см = 20.

Ответ: 20. ◄

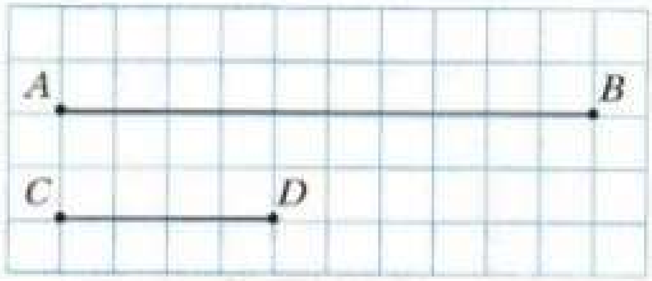
<u>Пример 2.</u> Замените отношение $\frac{7}{15} : \frac{4}{9}$ отношением натуральных чисел.

Решение. Умножив каждую из дробей $\frac{7}{15}$ и $\frac{4}{9}$ на их наименьший общий знаменатель — число 45, получим: $\frac{7}{15} : \frac{4}{9} = \left(\frac{7}{15} \cdot 45\right) : \left(\frac{4}{9} \cdot 45\right) = 21 : 20$.

Ответ: 21 : 20. ◄

12 Часто отношение используют тогда, когда необходимо сравнить две величины. На рисунке 12 изображены два отрезка: $AB = 5$ см, $CD = 2$ см. Отношение длины отрезка AB к длине отрезка CD равно 5 : 2 или 2,5. Это отношение показывает, что длина отрезка AB в 2,5 раза больше длины отрезка CD или длина отрезка AB составляет $\frac{5}{2}$ длины отрезка CD.

Рис. 12



13 Отношение длины отрезка CD к длине отрезка AB равно 2 : 5. Это отношение показывает, что длина отрезка CD составляет $\frac{2}{5}$ длины отрезка AB.

Отношение чисел a и b показывает, во сколько раз число a больше числа b или какую часть число a составляет от числа b.

Приведём ещё примеры использования отношений:

14
- *скорость* — отношение длины пройденного пути ко времени, за которое пройден этот путь;
- *цена* — отношение стоимости товара к количеству единиц его измерения (килограммов, литров, метров, коробок и др.);
- *плотность* — отношение массы вещества к его объёму;
- *производительность труда* — отношение объёма выполненной работы ко времени, за которое выполняется эта работа.

15 При составлении планов и географических карт участки земной поверхности изображают на бумаге в уменьшенном виде. Важно, чтобы при этом полученный рисунок давал представление о реальных размерах изображённой на нём местности. Для этого на карте (плане) указывают отношение, показывающее, во сколько раз длина отрезка на рисунке меньше длины соответствующего отрезка на местности. Это отношение называют **масштабом** карты (плана).

16 На рисунке 13 изображена карта, масштаб которой равен 1 : 5 000 000. Это означает, что 1 см на карте соответствует 5 000 000 см на местности, что составляет 50 км. Чтобы с помощью этой карты определить расстояние от Салехарда до Надыма, надо измерить расстояние между точками, изоб-

ражающими указанные города. Полученную величину (5,8 см) следует умножить на 5 000 000. Тогда искомое расстояние будет 29 000 000 см = 290 км.

Рис. 13

1. Что называют отношением двух чисел?
2. Как можно записать отношение чисел a и b?
3. Назовите в отношении $m : n$ последующий и предыдущий члены.
4. В чём состоит основное свойство отношения?
5. Что показывает отношение двух чисел?
6. Какие вы знаете величины, являющиеся отношением двух других величин?
7. Объясните, что такое масштаб.